

## 绵阳市高中 2019 级第一次诊断性考试 理科数学

**注意事项：**

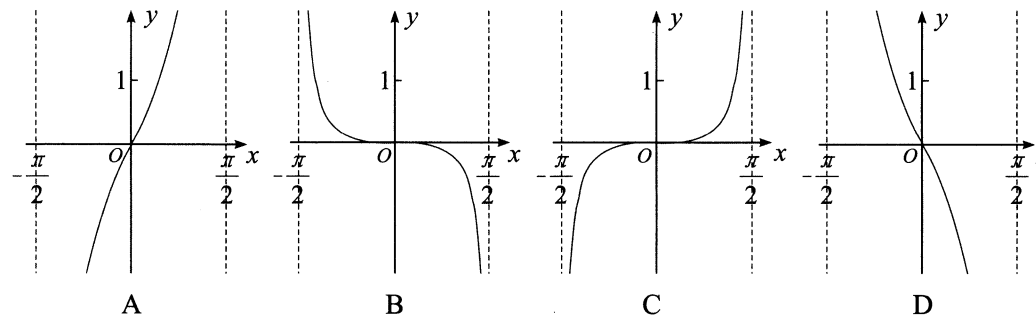
1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

**一、选择题：**本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $A = \{x | -1 < x \leq 1\}$ ,  $B = \{x | \log_2 x < 1\}$ , 则  $A \cap B =$ 
  - A.  $\{x | -1 < x \leq 1\}$
  - B.  $\{x | -1 < x < 1\}$
  - C.  $\{x | 0 < x \leq 1\}$
  - D.  $\{x | 0 < x < 1\}$
2. 若  $0 < a < b$ , 则下列结论正确的是
  - A.  $\ln a > \ln b$
  - B.  $b^2 < a^2$
  - C.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
  - D.  $(\frac{1}{2})^a > (\frac{1}{2})^b$
3. 设  $D, E$  为  $\triangle ABC$  所在平面内两点,  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{BE}$ , 则  $\overrightarrow{DE} =$ 
  - A.  $-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
  - B.  $\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
  - C.  $\overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$
  - D.  $-\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$
4. 设  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y-5 \leq 0, \\ 2x+y-8 \leq 0, \\ y \leq 3, \end{cases}$  则  $z = 3x + 4y$  的最大值是
  - A. 12
  - B. 17
  - C. 18
  - D.  $\frac{39}{2}$
5. 通常人们用震级来描述地震的大小. 地震震级是对地震本身大小的相对量度, 用  $M$  表示, 强制性国家标准 GB17740—1999《地震震级的规定》规定了我国地震震级的计算和使用要求, 即通过地震面波质点运动最大值  $(A/T)_{\max}$  进行测定, 计算公式如下:
 
$$M = \lg(A/T)_{\max} + 1.66 \lg \Delta + 3.5$$
 (其中  $\Delta$  为震中距), 已知某次某地发生了 4.8 级地震, 测得地震面波质点运动最大值为 0.01, 则震中距大约为
  - A. 58
  - B. 78
  - C. 98
  - D. 118

6. “ $(a+1)^{\frac{1}{2}} < (3-2a)^{\frac{1}{2}}$ ” 是 “ $-2 < a < \frac{2}{3}$ ” 的
  - A. 充分不必要条件
  - B. 必要不充分条件
  - C. 充要条件
  - D. 既不充分也不必要条件

7. 函数  $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x}$  在  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  上的图象大致为



8. 已知  $a = (\frac{16}{81})^{\frac{1}{4}}$ ,  $b = \log_3 2 + \log_2 3$ ,  $c = \frac{2}{3} \log_2 3$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为
  - A.  $c > b > a$
  - B.  $b > a > c$
  - C.  $a > c > b$
  - D.  $b > c > a$
9. 已知首项为 1 的数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $4a_n a_{n+1} = 16^n$ , 则下列说法不正确的是
  - A. 数列  $\{a_n\}$  是等比数列
  - B. 数列  $\{S_n\}$  为单调递增数列
  - C.  $a_5 = 256$
  - D.  $4a_n = 3S_n + 4^{n-1}$

10. 设函数  $f(x) = \begin{cases} -1, & x < \frac{1}{2}, \\ \log_2 x, & x \geq \frac{1}{2}, \end{cases}$  则满足  $f(2x-1) < f(x)$  的  $x$  的取值范围是
  - A.  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$
  - B.  $[\frac{3}{4}, 1)$
  - C.  $(-\infty, \frac{3}{4}]$
  - D.  $(\frac{1}{2}, 1)$

11. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $y = f(x)$  满足下列三个条件:
  - ① 对任意的  $1 \leq x_1 < x_2 \leq 2$ , 都有  $f(x_1) > f(x_2)$ ;
  - ②  $y = f(x+1)$  的图象关于  $y$  轴对称;
  - ③ 对任意的  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $f(x) = f(x+2)$ . 则  $f(\frac{1}{3}), f(\frac{3}{2}), f(\frac{8}{3})$  的大小关系是
    - A.  $f(\frac{8}{3}) > f(\frac{3}{2}) > f(\frac{1}{3})$
    - B.  $f(\frac{8}{3}) > f(\frac{1}{3}) > f(\frac{3}{2})$
    - C.  $f(\frac{1}{3}) > f(\frac{3}{2}) > f(\frac{8}{3})$
    - D.  $f(\frac{3}{2}) > f(\frac{8}{3}) > f(\frac{1}{3})$

12. 函数  $f(x) = 3\sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ), 已知  $|f(\frac{\pi}{3})| = 3$ , 且对于任意的  $x \in \mathbf{R}$  都有  $f(-\frac{\pi}{6} + x) + f(-\frac{\pi}{6} - x) = 0$ , 若  $f(x)$  在  $(\frac{5\pi}{36}, \frac{2\pi}{9})$  上单调, 则  $\omega$  的最大值为
  - A. 11
  - B. 9
  - C. 7
  - D. 5

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 设  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，若  $a_1 = 2$ ， $S_7 = 35$ ，则  $a_6 =$ \_\_\_\_\_.

14. 已知平面向量  $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$ ， $\vec{b} = (m, -1)$ ，若  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则  $|\vec{b}| =$ \_\_\_\_\_.

15. 若  $\tan \alpha = 5 \tan \frac{\pi}{7}$ ，则  $\frac{\cos(\alpha - \frac{5\pi}{14})}{\sin(\alpha - \frac{\pi}{7})} =$ \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \cos 2x + a \sin x - 1$ ，若不等式  $|f(x)| \leq 1$  对任意的  $x \in [0, \pi]$  恒成立，则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知函数  $f(x) = 2\sqrt{3} \cos^2 \omega x + 2 \sin \omega x \cos \omega x - \sqrt{3} (\omega > 0)$ ，其图象的两条相邻对称轴间的距离为  $\frac{\pi}{2}$ 。

(1) 求函数  $f(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的单调递增区间；

(2) 将函数  $f(x)$  的图象向左平移  $\varphi (0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$  个单位后得到函数  $g(x)$  的图象，若函数  $g(x)$  为偶函数，求  $\varphi$  的值。

18. (12 分)

已知  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和， $a_1 = 2$ ，且满足  $S_{n+1} = 3S_n + 2$ 。

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2) 求数列  $\{na_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ 。

19. (12 分)

在锐角  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ， $c = 3$ ，从以下三个条件中任选一个：①  $b \tan C = (2a - b) \tan B$ ；②  $2c \cos B = 2a - b$ ；③  $a c \cos A + a^2 (\cos C - 1) = b^2 - c^2$ ，解答如下的问题。

(1) 证明： $a = \sqrt{3} \sin B + 3 \cos B$ ；

(2) 若  $AB$  边上的点  $P$  满足  $AP = 2PB$ ，求线段  $CP$  的长度的最大值。

20. (12 分)

已知函数  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + ax^2 + 3a^2x - \frac{5}{3}$ 。

(1) 若  $a = -1$  时，求  $f(x)$  在区间  $[-4, 2]$  上的最大值与最小值。

(2) 若存在实数  $m$ ，使得不等式  $f(x) < 0$  的解集为  $(m, +\infty)$ ，求实数  $a$  的取值范围。

21. (12 分)

已知函数  $f(x) = xe^x - bx \ln x - \frac{1}{2}x^2 (b \in \mathbf{R})$ ，其图象在点  $(1, f(1))$  处的切线斜率为  $2e - 3$ 。

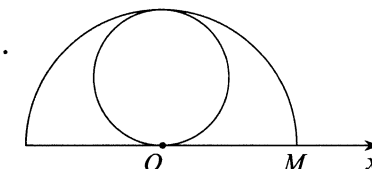
(1) 证明：当  $x > 1$  时， $f(x) > xe^x - \frac{3}{2}x^2 + 1$ ；

(2) 若函数  $g(x) = f(x) + (4-a)x - 1$  在定义域上无极值，求正整数  $a$  的最大值。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题记分。

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程] (10 分)

如图，在极坐标系中，已知点  $M(2, 0)$ ，曲线  $C_1$  是以极点  $O$  为圆心，以  $OM$  为半径的半圆，曲线  $C_2$  是过极点且与曲线  $C_1$  相切于点  $(2, \frac{\pi}{2})$  的圆。



(1) 分别写出曲线  $C_1, C_2$  的极坐标方程；

(2) 直线  $\theta = \alpha (0 < \alpha < \pi, \rho \in \mathbf{R})$  与曲线  $C_1, C_2$  分别相交于点  $A, B$  (异于极点)，求  $\triangle ABM$  面积的最大值。

23. [选修 4—5：不等式选讲] (10 分)

已知函数  $f(x) = |x + m| - |x - 2m| (m > 0)$  的最大值为 6。

(1) 求  $m$  的值；

(2) 若正数  $x, y, z$  满足  $x + y + z = m$ ，求证： $\sqrt{xy} + \sqrt{xz} \leq \sqrt{m}$ 。

绵阳市高中2019级第一次诊断性考试  
理科数学答题卡(B)

姓名 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_

考号 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

贴条形码区(监考员贴)  
(正面朝上切勿贴出虚线框外)

考生禁填 (填涂说明: 缺考考生由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂右边缺考标记)

- 注意事项**
1. 答题前, 考生先将自己的姓名、班级、考号用0.5毫米的黑色墨水签字笔填写清楚, 并认真核对条形码上的学校、姓名、考号。
  2. 选择题使用2B铅笔填涂, 非选择题用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚; 按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
  3. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要损坏; 选择题修改时用橡皮擦擦干净, 不留痕迹。其他试题修改禁用涂改液和不干胶条。
  4. 填涂示例: 正确填涂法  错误填涂法

选择题 (考生须用2B铅笔填涂)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A
<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B
<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C
<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D

非选择题 (考生须用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写)

**二、填空题 (20分)**

13. \_\_\_\_\_ 14. \_\_\_\_\_

15. \_\_\_\_\_ 16. \_\_\_\_\_

**三、解答题 (70分)**

17. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

18. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

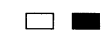
19. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

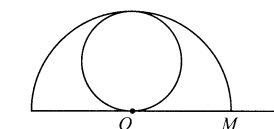
请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题 请考生从给出的22、23两题中任选一题作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题的题号涂黑，注意选做题目的题号必须与所涂题号一致，如果多做，则按所做的第一题记分。  
我所选择的题号是  22  23



(22题图)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效