师指道教育
(四川 西藏志愿填报及升学规划)
028-85363921

工作秘密 严禁外传
擅自泄露 严肃追责

成都市2021级高中毕业班第三次诊断性检测

数　学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)3至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷　(选择题,共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{x\mid x=4k+1,k\in\mathbf{Z}\}$,则

(A) $A\cap B=\varnothing$　(B) $A\cup B=\mathbf{Z}$　(C) $A\subseteq B$　(D) $B\subseteq A$

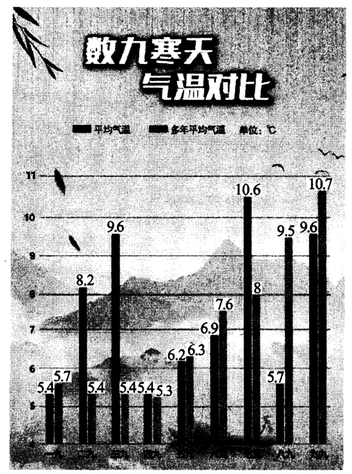
2. 若复数 z 满足 $(z+1)\mathrm{i}=-1-\mathrm{i}$,则 z 在复平面内对应的点位于

(A) 第一象限　(B) 第二象限　(C) 第三象限　(D) 第四象限

3. 已知 a,b 是两条不同的直线,α 是平面,若 $a//\alpha$,$b\subset\alpha$,则 a,b 不可能

(A)平行　(B)垂直　(C)相交　(D)异面

4. "数九"从每年"冬至"当天开始计算,每九天为一个单位,冬至后的第81天,"数九"结束,天气就变得温暖起来.如图,以温江国家基准气候站为代表记录了2023～2024年从"一九"到"九九"成都市的"平均气温"和"多年平均气温"(单位:℃),下列说法正确的是



(A)"四九"以后成都市"平均气温"一直上升

(B)"四九"成都市"平均气温"较"多年平均气温"低0.1℃

(C)"一九"到"五九"成都市"平均气温"的方差小于"多年平均气温"的方差

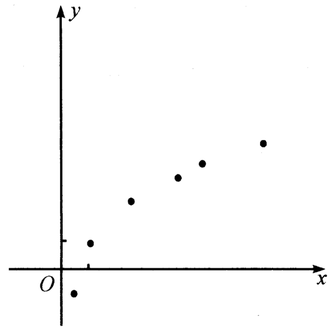
(D)"一九"到"九九"成都市"平均气温"的极差小于"多年平均气温"的极差

5. 设 $m\in\mathbf{R}$,双曲线 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{m^2}-\dfrac{y^2}{(m+1)^2}=1$,则"$C$ 的离心率为 $\sqrt{5}$"是"$m=1$"的

(A)充分不必要条件　(B)必要不充分条件

(C)充要条件　(D)既不充分也不必要条件

6. 如图,由观测数据 $(x_i,y_i)(i=1,2,3,4,5,6)$ 的散点图可知,y 与 x 的关系可以用模型 $y=b\ln x+a$ 拟合,设 $z=\ln x$,利用最小二乘法求得 y 关于 z 的回归方程 $\hat{y}=\hat{b}z+1$.已知 $x_1x_2x_3x_4x_5x_6=\mathrm{e}^{12}$,$\sum\limits_{i=1}^{6}y_i=18$,则 $\hat{b}=$



(A) $\dfrac{17}{\mathrm{e}^{12}}$　(B) $\dfrac{12}{\mathrm{e}^{12}}$

(C) 1　(D) $\dfrac{17}{12}$

7. 已知 $\dfrac{\sin2\alpha}{1-\cos2\alpha}=2$,则 $\tan\alpha=$

(A) $\dfrac{1}{2}$　(B) $-\dfrac{1}{2}$　(C)2　(D) -2

8. 已知直线 $l:x-ay+1=0$ 与 $\odot C:(x-a)^2+(y-1)^2=1$ 相交于 A,B 两点,若 $\triangle ABC$ 是直角三角形,则实数 a 的值为

(A) 1或-1　(B) $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$　(C) $-\dfrac{1}{7}$ 或 -1　(D) $-\dfrac{1}{7}$ 或 $-\sqrt{3}$

9. 将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位后,与函数 $g(x)=\cos(\omega x+\varphi)$ 的图象重合,则 ω 的最小值为

(A)9　(B) 6　(C) 3　(D) 2

10. 已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{\pi-x}-\cos x$,若实数 x_1,x_2,x_3 成等差数列,且 $f(x_1)+f(x_2)+f(x_3)=0$,则 $x_1+x_2+x_3=$

(A) 0　(B) $\dfrac{\pi}{2}$　(C) $\dfrac{3\pi}{2}$　(D) 3π

11. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为1,M,N 分别是边 AB,AD 上的点(均不与端点重合),记 $\triangle AMN,\triangle CMN$ 的面积分别为 S_1,S_2.若 $S_1=|\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{CN}\cdot\overrightarrow{AD}|$,则 S_2 的取值范围是

(A) $[\dfrac{1}{4},\dfrac{3}{4})$　(B) $[\sqrt{2}-1,\dfrac{3}{4})$　(C) $[\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2})$　(D) $[\sqrt{2}-1,\dfrac{1}{2})$

12. 在棱长为5的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,Q 是 DD_1 中点,点 P 在正方体的内切球的球面上运动,且 $CP\perp AQ$,则点 P 的轨迹长度为

(A) $\sqrt{5}\pi$　(B) $2\sqrt{5}\pi$　(C) $\dfrac{5\pi}{4}$　(D) 5π

师指道教育
(四川 西藏志愿填报及升学规划)
028-85363921

第Ⅱ卷 (非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}3^x, x\geqslant 1,\\ 3^{-x}, x<1,\end{cases}$ 则 $f(\log_3 2)$ 的值为_____.

14. $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,若 $b^2=2ac$,$\sin C=2\sin A$,则 $\cos A$ 的值为_____.

15. 设 F 为抛物线 $C:x^2=2y$ 的焦点,过 F 的直线与 C 相交于 A,B 两点,过点 A 作 C 的切线,与 x 轴交于点 D,与 y 轴交于点 E,则 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{OB}$ (其中 O 为坐标原点)的值为_____.

16. 已知函数 $f(x)=xe^x-me^{2x}$,若 $f(x)$ 存在最小值,且最小值为 $\frac{2}{m}$,则实数 m 的值为_____.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,已知 $2a_n=S_n+n$.

(Ⅰ)证明:数列 $\{a_n+1\}$ 是等比数列;

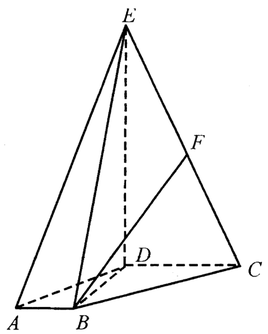
(Ⅱ)设 $b_n=\log_2(a_n+1)$,$c_n=\frac{1}{b_nb_{n+1}}$,求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18. (本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 $E-ABCD$ 中,$AB//CD$,$\angle BAD=60°$,$AB=1$,$AD=CD=2$,$BE\perp CD$.

(Ⅰ)证明:平面 $BDE\perp$ 平面 $ABCD$;

(Ⅱ)若 $AD\perp DE$,$DE=4\sqrt{2}$,F 为 CE 中点,求直线 BF 与平面 ABE 所成角的正弦值.



19. (本小题满分 12 分)

课外阅读对于培养学生的阅读兴趣、拓宽知识视野、提高阅读能力具有重要作用. 某市为了解中学生的课外阅读情况,从该市全体中学生中随机抽取了 500 名学生,调查他们在寒假期间每天课外阅读平均时长 t(单位:分钟),得到如下所示的频数分布表,已知所调查的学生中寒假期间每天课外阅读平均时长均不超过 100 分钟.

时长 t	[0,20)	[20,40)	[40,60)	[60,80)	[80,100]
学生人数	50	100	200	125	25

(Ⅰ)估计这 500 名学生寒假期间每天课外阅读平均时长的平均数(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表);

(Ⅱ)用频率估计概率,从该市中学生中随机抽取 2 名学生参加座谈,抽到的学生寒假期间每天课外阅读平均时长在 [0,20) 内记 0 分,在 [20,60) 内记 1 分,在 [60,100] 内记 2 分. 用 X 表示这两名学生得分之和,求 X 的分布列和数学期望.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x\ln x-a\sqrt{x}+a$ ($a\in\mathbf{R}$).

(Ⅰ)当 $a=2$ 时,求 $f(x)$ 的单调区间;

(Ⅱ)若 $f(x)$ 有两个零点,求 a 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,过点 $P(a,b)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 A,B 两点,当 l 过坐标原点 O 时,$|AB|=\sqrt{10}$.

(Ⅰ)求椭圆 C 的方程;

(Ⅱ)线段 OP 上是否存在定点 Q,使得直线 QA 与直线 QB 的斜率之积为定值. 若存在,求出点 Q 的坐标;若不存在,请说明理由.

请考生在第 22,23 题中任选择一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分. 作答时,用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22. (本小题满分 10 分)选修 4—4:坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=mt^2,\\ y=mt\end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点,x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos(\theta+\frac{\pi}{4})-2\sqrt{2}=0$.

(Ⅰ)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(Ⅱ)若直线 l 与曲线 C 相交于 A,B 两点,且 $M(6,2)$ 为线段 AB 的三等分点,求实数 m 的值.

23. (本小题满分 10 分)选修 4—5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-2m|-m(m<0)$.

(Ⅰ)求不等式 $f(x)\geqslant 2x$ 的解集;

(Ⅱ)当 $m=-2$ 时,函数 $f(x)$ 的最小值 n,若非零实数 a,b,c 满足 $a^2+b^2+c^2=n$,证明:$\frac{a^2}{b^2+c^2}+\frac{b^2}{c^2+a^2}+\frac{c^2}{a^2+b^2}\geqslant\frac{3}{2}$.

师指道教育
（四川 西藏志愿填报及升学规划）
028-85363921

成都市2021级高中毕业班第三次诊断性检测
数学（理科）答题卡

姓名		座位号	
考籍号			

贴条形码区
（正面朝上切勿贴出虚线框外）

考生禁填

缺考标记

缺考考生由监考员贴条形码，并用2B铅笔填涂上面的缺考标记。

注意事项

1. 答题前，考生务必先认真核对条形码上的姓名、考籍号和座位号，无误后将本人姓名、考籍号和座位号填写在相应位置，同时将背面左上角相应的座位号涂黑。
2. 选择题填涂时，必须使用2B铅笔按▬图示规范填涂；非选择题必须使用0.5毫米的黑色墨迹签字笔作答。
3. 必须在题目所指示的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效，在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持答题卡清洁、完整，严禁折叠，严禁使用涂改液和修正带。

第Ⅰ卷
（须用2B铅笔填涂）

填涂样例　错误填涂　正确填涂

1	A	B	C	D	5	A	B	C	D	9	A B C D
2	A	B	C	D	6	A	B	C	D	10	A B C D
3	A	B	C	D	7	A	B	C	D	11	A B C D
4	A	B	C	D	8	A	B	C	D	12	A B C D

第Ⅱ卷　【必考题】（须用0.5毫米的黑色字迹中性笔书写）

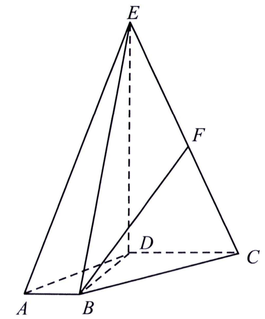
13.　　14.　　15.　　16.

17.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

18.



请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

19.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

师指道教育
（四川 西藏志愿填报及升学规划）
028-85363921

座位号
（请用2B铅笔填涂）

〔01〕	〔02〕	〔03〕	〔04〕	〔05〕	〔06〕	〔07〕	〔08〕	〔09〕	〔10〕	〔11〕	〔12〕	〔13〕	〔14〕	〔15〕
〔16〕	〔17〕	〔18〕	〔19〕	〔20〕	〔21〕	〔22〕	〔23〕	〔24〕	〔25〕	〔26〕	〔27〕	〔28〕	〔29〕	〔30〕

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

20.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

21.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

第Ⅱ卷【选考题】

以下为选考题，每个答题区只允许选答一题，答题前，请考生务必将所选题号用2B铅笔涂黑。

22 23

请考生从22、23二题中任选一题做答，并用2B铅笔将所选题号涂黑，多涂、错涂、漏涂均不给分，如果多做，则按所做的第一题计分。

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效