2024年普通高等学校招生全国统一考试

文 科 数 学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂 黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答 题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共12小题, 每小题5分, 共60分。在每小题给出的四个选项中, 只 有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $A=\{1,2,3,4,5,9\}, B=\{x \mid x+1\in A\}$, 则 $A\cap B=$

A. $\{1,2,3,4\}$　　B. $\{1,2,3,4\}$　　C. $\{1,2,3,4\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

2. 设 $z=\sqrt{2}\mathrm{i}$, 则 $z\cdot\bar{z}=$

A. 2　　B. 2　　C. 2　　D. 2

3. 若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}4x-3y-3\geqslant 0,\\ x-2y-2\leqslant 0,\\ 2x+6y-9\leqslant 0,\end{cases}$, 则 $z=x-5y$ 的最小值为

A. 5　　B. $\frac{1}{2}$　　C. -2　　D. $-\frac{7}{2}$

4. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 若 $S_9=1, a_3+a_7=$

A. -2　　B. $\frac{7}{3}$　　C. 1　　D. $\frac{2}{9}$

5. 甲、乙、丙、丁四人排成一列,丙不在排头,且甲或乙在排尾的概率是

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

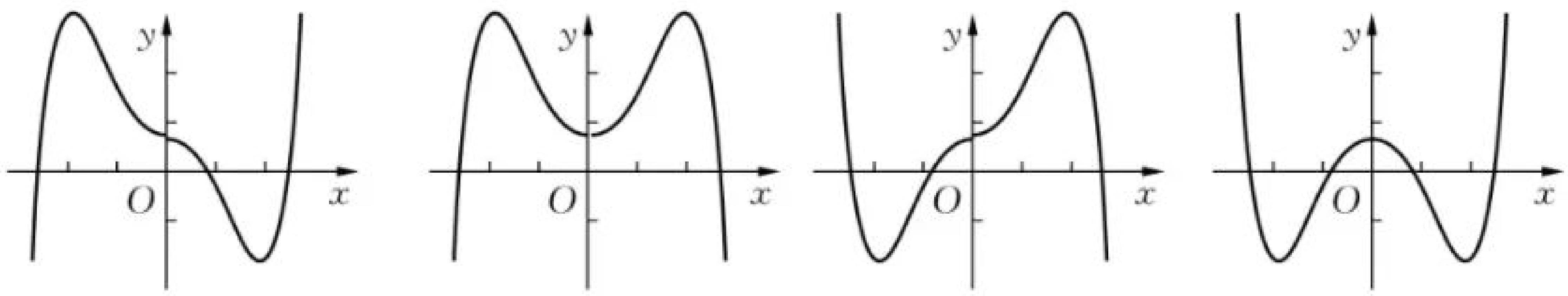
6. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(0,4)$、$F_2(0,-4)$, 且经过点 $P(-6,4)$, 则双曲线 C 的离心率是

A. $\frac{13}{5}$　　B. $\frac{13}{7}$　　C. 2　　D. 3

7. 曲线 $f(x)=x^6+3x$ 在 $(0,-1)$ 处的切线与坐标轴围成的面积为

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 函数 $y=-x^2+(e^x-e^{-x})\sin x$ 在区间 $[-2.8,2.8]$ 的图象大致为



A　　　　B　　　　C　　　　D

9. 已知 $\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=\sqrt{3}$，则 $\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)=$

A. $2\sqrt{3}+1$　　　　B. $2\sqrt{3}-1$　　　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　　D. $1-\sqrt{3}$

10. 直线过圆心,直径

11. 已知已知 m、n 是两条不同的直线, α、β 是两个不同的平面: ①若 $m\perp\alpha, n\perp\alpha$, 则 $m\parallel n$; ②若 $\alpha\cap\beta=m, m\parallel n$, 则 $n\parallel\beta$; ③若 $m\parallel\alpha, n\parallel\alpha, m$ 与 n 可能异面, 也可能相交, 也可能平行; ④若 $\alpha\cap\beta=m, n$ 与 α 和 β 所成的角相等, 则 $m\perp n$, 以上命题是真命题的是

A. ①③　　　　B. ②③　　　　C. ①②③　　　　D. ①③④

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A,B,C 所对边分别为 a,b,c, 若 $B=\dfrac{\pi}{3}, \omega^2=\dfrac{9}{4}ac$, 则 $\sin A+\sin C=$

A. $\dfrac{2\sqrt{39}}{13}$　　　　B. $\dfrac{\sqrt{39}}{13}$　　　　C. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$　　　　D. $\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 略

14. 函数 $f(x)=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ 在 $[0,\pi]$ 上的最大值是 ______.

15. 已知 $a>1$ 且 $\dfrac{1}{\log_8 a}-\dfrac{1}{\log_a 4}=-\dfrac{5}{2}$，则 $a=$ ______.

16. 曲线 $y=x^3-3x$ 与 $y=-(x-1)^2+a$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的 交点, 则 a 的取值范围为 ______.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17－21 题为必考 题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 且 $2S_n=3a_{n+1}-3$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{S_n\}$ 的通项公式.

18. (12 分)

某工厂进行生产线智能化升级改造. 升级改造后, 从该工厂甲、乙两个车间的产品 中随机抽取 150 件进行检验, 数据如下:

	优级品	合格品	不合格品	总计
甲车间	26	24	0	50
乙车间	70	28	2	100
总计	96	52	2	150

(1) 填写如下列联表:

	优级品	非优级品
甲车间		
乙车间		

能否有 95% 的把握认为甲、乙两车间产品的优级品率存在差异? 能否有 99% 的把 握认为甲、乙两车间产品的估级品率存在差异?

(2) 已知升级改造前该工厂产品的优级品率 $p=0.5$. 设 $\bar{p}$ 为升级改造后抽取的 n 件 产品的优级品率. 如果 $\bar{p}>p+1.65\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$, 则认为该工厂产品的优级品率提高了. 根据抽取的 150 件产品的数据, 能否认为生产线智能化升级改造后, 该工厂产品的优级 品率提高了? ($\sqrt{150}\approx 12.247$)

附: $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

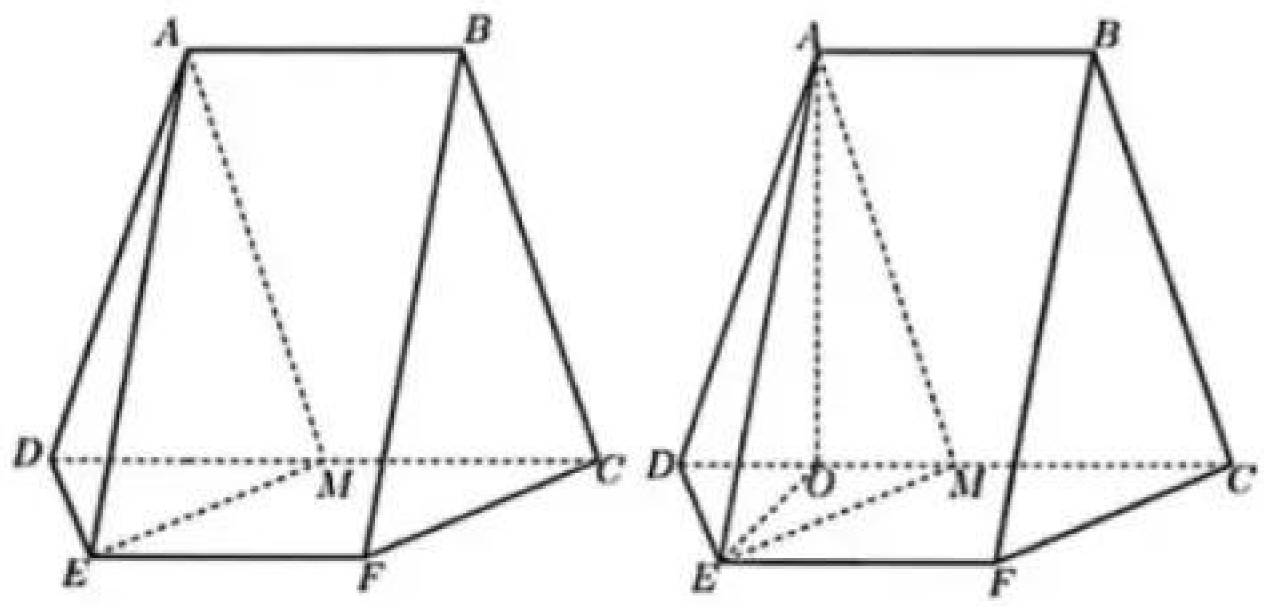
19. (12 分)

如图, 已知 $AB\parallel CD, CD\parallel EF, AB=DE=EF=CF=2$,

$CD=4, AD=BC=\sqrt{10}, AE=2\sqrt{3}, M$ 为 CD 的中点.

(1) 证明: $EM\parallel$ 平面 BCF ;

(2) 求点 M 到 ADE 的距离.



20. (12 分)

已知函数 $f(x)=a(x-1)-\ln x+1$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

12) 若 $a\leqslant 2$ 时, 证明: 当 $x>1$ 时, $f(x)<e^{x-1}$ 恒成立.

21. (12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F , 点 $M(1$, (C. 上, 且 $MF\perp x$ 轴.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) $P(4,0)$, 过 P 的直线与椭圆 C 交于 A,B 两点, N 为 FP 的中点, 直线 NB 与 MF 交于 Q , 证明: $AQ\perp y$ 轴.

(二)选考题:共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22. [选修4－4:坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 xOy 中,以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=\rho\cos\theta+1$.

(I)写出 C 的直角坐标方程;

(2)直线 $\begin{cases}x=t\\y=t+a\end{cases}$ (t 为参数)与曲线 C 交于 A、B 两点,若 $|AB|=2$,求 a 的值.

23. [选修4－5:不等式选讲](10分)

已知实数 a,b 满足 $a+b\geqslant 3$.

(1)证明:$2a^2+2b^2>a+b$;

(2)证明:$|a-2b^2|+|b-2a^2|\geqslant 6$.